

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a VIII-a

Problema I. (7 puncte)

Aflați numerele reale x și y , pentru care $(x + y + 2024)^2 = (x + 2023)(y + 1)$.

prof. Bodea Florica-Daniela, Liceul Teoretic „Gelu Voievod” Gilău

Problema II. (7 puncte)

Fie numerele reale $x_1, x_2, \dots, x_n \in (0, \infty)$ și $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Arătați că

$$\sqrt{x_1(x_1 + 1)} + \sqrt{x_2(x_2 + 4)} + \sqrt{x_3(x_3 + 7)} + \dots + \sqrt{x_n(x_n + 3n - 2)} \leq \frac{5n^2 + n}{4}$$

prof. Zeriu Flavia Marilena, Liceul de Informatică "Tiberiu Popoviciu"

Problema III. (7 puncte)

Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ are dimensiunile $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AA' = 8\text{cm}$. Se construiesc perpendicularele $DM \perp D'C$, $M \in D'C$ și $DN \perp D'B$, $N \in D'B$. Calculați lungimea segmentului MN .

prof. Alin Mizgan, Liceul Teoretic Petru Maior Gherla

Problema IV. (7 puncte)

Se consideră tetraedrul $ABCD$ cu lungimile muchiilor AB , BC și CA invers proporționale cu numerele $0, (3)$, $0,25$ și $0,2$. Pe muchia CD a tetraedrului se consideră un punct P și se construiește un punct Q care este simetricul lui P față de B . Demonstrați că dacă $AP = AQ$, atunci $AB \perp (BCD)$.

prof. Adrian-Bogdan Meseșan, Liceul Teoretic „Avram Iancu” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!